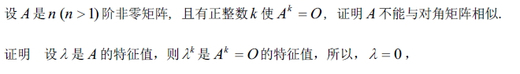
第五讲 矩阵相似对角化 作业

1. http://nos.netease.com/edu-image/EBA573CC28F6C7EFDD86FF61B56F4BE9.jpg?imageView&thumbnail=520x520&quality=100

设是A的特征向量，那么此特征向量必对应一个特征值，设其为。

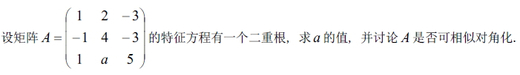
则即存在以及使得A()=()，又因为、是分属于、的A的两个特征向量，则+=()=A()=A+A=+，即有：+=+，移项即有()+()=**0**，

由于，所以，所以与不全为0，推出、线性相关。然而、所分属的，由定理可知他们线性无关，矛盾，所以不是A的特征向量。

2. 

证明：设是A的特征值，所以是的特征值，即，又因特征向量，所以只能有，即。

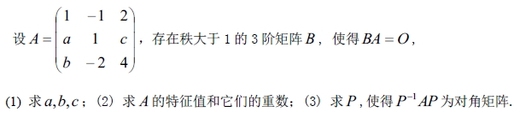
由于A为非零矩阵，所以R(A)>0，所以该特征值下的特征向量个数为n-R(A)<n，又由于A只有这一个特征值，所以A的全部特征向量个数=n-R(A)<n，所以A不能与对角阵相似。

3. 

由题：

，由于此特征方程得有一个二重根，所以即有有个二重根，所以，即，解出，。

将以及代入f()对应的特征矩阵中，即有，适当调整列的位置，，可见该系数矩阵对应的齐次方程，其基础解系中只含有1个解向量，即代数重数为2的特征值下，其几何重数为1<2，所以A的特征向量个数并未达到3，所以A无法相似对角化。

4. 

(1).由于R(A)+R(B)≤R(BA)+3，且BA=**0**，所以有R(A)+R(B)≤0+3，即R(A)≤3-R(B)，又因R(B)>1，所以R(B)至少是2，所以R(A)最多是3-2=1，然而由题，A不是零阵，所以R(A)=1。

因此的秩为1，因而a=-1，c=-2，b=2。

(2).由于R(A)=1<3，所以A有特征值0，并且0特征值下的特征向量个数为3-1=2。f()====0，则=0，即=0，即=0，，。可见A的特征值为0和6，其中0为二重特征值，6为一重特征值。

(3).当时，A~，可见对应的线性无关特征向量为和。

当时，=~，此时对应的无关特征向量为：。

所以P为，并且其所对应的对角阵为。